

عددها این طرف، مجهول‌ها آن طرف!

(ب) معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 2 = -5$$

$$2x = -2 + 5$$

$$x = \textcircled{3}$$
 جواب

در ادامه به مفهوم «عددها را یک طرف ببریم، مجهول‌ها را هم یک طرف» می‌پردازیم. در واقع می‌خواهیم با یک مثال و تصویر مناسب، روش درست و علمی حل معادله درجه اول را بیان کنیم. البته توضیحات ما فعلاً به معادله درجه اولی مربوط است که ضریب مجهول آن یک است. شکل ۱ یک ترازوی دو کفه‌ای را نشان می‌دهد که در دو طرف آن چند وزنه یک کیلوگرمی و یک جسم با وزن نامعلوم قرار می‌دهیم تا ترازو به حالت تعادل درآید.



شکل ۱

به تعادل درآمدن ترازو به معنای آن است که وزن اجسام قرار گرفته در دو کفه ترازو مساوی است. پس اگر وزن نامعلوم جسم را x بنامیم، عبارت ریاضی بیان‌کننده این وضعیت $x + 3 = 5$ است. مقدار x چقدر است که این تساوی برقرار شده است؟ برای پاسخ به این سؤال، می‌توانیم از هر دو کفه ترازو سه وزنه یک کیلوگرمی برداریم؛ که در این صورت باز هم ترازو در حالت تعادل باقی می‌ماند.



شکل ۲

این عمل به معنای آن است که اگر از طرفین تساوی $x + 3 = 5$ عدد ۳ را کم کنیم، باز هم تساوی برقرار می‌ماند؛ یعنی:

$$x + 3 = 5 \rightarrow x + 3 - 3 = 5 - 3 \rightarrow x = 5 - 3$$

پس $x = 2$ که اگر از مرحله دوم صرف نظر کنیم، به همان رویه و قاعده مرسوم عمل کرده‌ایم. ترازو نیز نشان می‌دهد که جسم ۲ کیلوگرم وزن دارد. از این مشاهدات می‌توان نتیجه گرفت که اگر از طرفین یک تساوی، عدد یکسانی را کم کنیم یا به آن اضافه کنیم، باز هم تساوی برقرار می‌ماند. با این توضیحات روشن شد که در فرایند حل معادله، عملی به نام «انتقال» یا «جابجایی» در ریاضیات مبنای علمی ندارد. اما چون در نتیجه عمل اضافه کردن یا کم کردن مقداری به طرفین معادله اضافه یا از طرفین کم می‌شود، این طور به نظر می‌رسد که عدد یا متغیر جابه‌جا شده است. از همین روست که جمله «عددها را یک طرف ببریم، مجهول‌ها را هم یک طرف» در میان دانش‌آموزان و برخی معلمان رایج شده است. ادامه این بحث در شماره بعدی خواهد آمد.

معادله درجه اول از جمله مباحث پر کاربرد در ریاضیات مدرسه است. مسئله‌های فراوانی در زندگی روزمره وجود دارند که با تبدیل به معادله درجه اول قابل حل هستند. از طرف دیگر، یادگیری مفهوم‌ها و انجام بسیاری از محاسبات ریاضی، چه در دوره اول و چه در دوره دوم متوسطه به درک صحیح از مفهوم معادله درجه اول و تسلط در حل آن وابسته است.

اشتباه‌های زیادی هنگام حل معادله درجه اول توسط برخی از دانش‌آموزان رخ می‌دهند که دلیل‌هایی دارند و بررسی ریشه‌های آن‌ها در این نوشتار نمی‌گنجد. اولین گام برای جلوگیری از ایجاد چنین اشتباهاتی شناخت آن‌هاست. لذا در این شماره نمونه‌ای از اشتباه‌های دانش‌آموزان ارائه می‌شود که ممکن است برای درک مفهومی آنان مفید باشد.

عددها را یک طرف ببریم، مجهول‌ها را هم یک طرف. بله این جمله را بسیاری از بچه‌ها موقع حل معادله درجه اول بیان می‌کنند. در واقع این روش حل معادله درجه اول است که آن‌ها از معلم خود یاد گرفته‌اند و اکثرشان هم نه تنها مفهوم آن را درک نکرده‌اند، بلکه به عنوان رویه و دستورالعملی برای حل معادله درجه اول به درستی آن را به کار نمی‌گیرند. مثلاً نمی‌دانند چرا باید «عددها را یک طرف ببریم و مجهول‌ها را هم یک طرف دیگر» و اینکه وقتی یک عدد از سمت چپ به راست منتقل می‌شود، چرا باید علامت آن تغییر کند. حتی اگر همه مرحله‌ها را به درستی انجام دهند، درک درستی از محاسبات خود ندارند. تمرکز ما در این شماره صرفاً بر یکی از اشتباه‌های (تغییر مکان عددها یا جمله‌ها بدون تغییر علامت آن‌ها) است. در شماره بعدی به سایر اشتباه‌ها در حل معادله درجه اول می‌پردازیم. برای مثال همان طور که می‌دانید در حل معادله $3x - 2 = 5$ ، طبق روش باید -2 را به سمت راست منتقل کنیم و علامت آن را تغییر دهیم. اما برخی از بچه‌ها زمانی که جمله‌ها را به طرف دیگر منتقل می‌کنند، علامت آن‌ها را تغییر نمی‌دهند و با انجام عملیات اشتباه روی جمله‌ها، جواب درست معادله را به دست نمی‌آورند. یعنی دچار خطای تغییر مکان عددها یا جمله‌ها بدون تغییر علامت آن‌ها می‌شوند. در اولین نمونه که از پاسخ‌های واقعی دانش‌آموزان یک کلاس هفتم انتخاب شده است، با وجود درستی راه حل، به علت تغییر ندادن علامت عدد ۲، هنگام انتقال آن به سمت راست، جواب معادله اشتباه به دست آمده است.

(ب) معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 2 = -5$$

$$2x = -5 - 2$$

$$2x = -7$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

در نمونه دوم نیز حل‌کننده، هم با انتقال -2 به سمت راست، علامت آن را تغییر نداد و هم علامت -5 را که جابه‌جا نشده بود، تغییر داد و جواب اشتباه به دست آورد.